VIAGGIO AL CENTRO DEL PENTALFA

Cenni storici

La figura geometrica del pentalfa è anche nota, in ambito esoterico, col nome di *Stella Fiammeggiante* in lingua italiana, *Flaming Star* in inglese, *Etoile Flamboyante* in francese e *Estrela Flamejante* in portoghese.

Le prime tracce del pentalfa si trovano nella scrittura cuneiforme dei Sumeri (prima dinastia di Ur) ove un glifo con forma simile al pentalfa aveva il significato di "angolo, recesso, piccola stanza".
Presso gli Antichi Egizi il termine *Stella Fiammeggiante* indicava Sirio, detta anche Stella del Cane, la più luminosa nella volta celeste; essa precorreva le esondazioni del Nilo e per tale motivo era considerata la stella più importante della volta celeste. Sirio, che stava alla base di tutto il sistema religioso egizio, era venerata con il nome di Sothis e associata a Iside. Gli Egizi tenevano Sirio in così grande considerazione che buona parte delle loro divinità erano, più o meno direttamente, associate ad essa; è evidente, per esempio, la connessione iconografica con Anubi, dio della morte dalla testa di cane.
In seguito la parola *Pentemychos* (cinque angoli, cinque recessi) fu il titolo che Ferecide di Siro, maestro di Pitagora, diede al suo libro sulla cosmogonia e Pitagora, per il quale nell'animo umano si trovavano tracce dello spirito della divinità, tenne il pentalfa nella massima considerazione [1].
Anche i Druidi, i sacerdoti celtici che tramandavano il loro sapere solo oralmente a pochi iniziati, lo utilizzavano come simbolo della Luce Spirituale, inviata da divinità superiori, e credevano che le cinque punte rappresentassero i doni che questa divinità avevano fatto all'uomo per poter vivere in armonia sulla terra.
Simbolicamente il pentalfa si ricollega al Fuoco Filosofico degli Alchimisti, cioè alla scintilla vitale comunicata dal Creatore alla materia. Nella tradizione Alchemica, in cui la combustione delle scorie per rivelare l'oro interiore costituisce uno dei temi principali, l'uomo-pentagramma è chiamato *Stella Microcosmi*

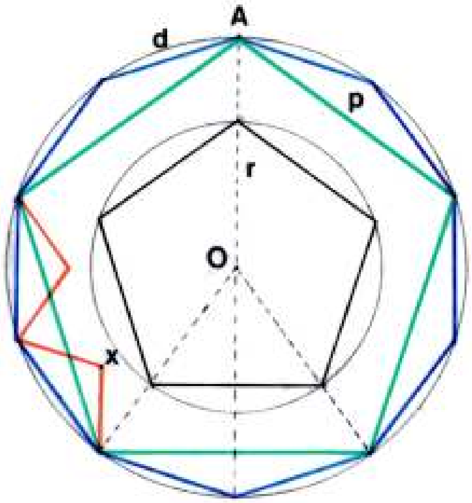
Proprietà geometriche

Per i matematici dell'antica Grecia la divisione di una circonferenza in 2, 3, 4, 6, 8 parti uguali e il problema di inscrivere in essa poligoni regolari di 3, 4, 6 o 8 lati non presentava difficoltà. Più difficile fu il problema della divisione del cerchio in cinque o dieci parti uguali, una sfida risolta con successo da Pitagora che, in tal modo, pervenne alla costruzione del pentagono e del decagono regolare inscritto in una circonferenza.
Al fine di eseguire correttamente la partizione in 10 parti di una circonferenza occorre utilizzare un numero irrazionale legato alla sezione aurea di un segmento così definita: dato un segmento di lunghezza a, si definisce sezione aurea (o sezione divina) quella parte di a (chiamiamola w) tale che l'area del quadrato di lato w è pari all'area del rettangolo i cui lati sono rispettivamente a e $(a - w)$. In pratica $w^2 = a\,(a - w)$ e quindi:

$$w = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \cdot a$$

Se $a = 1$, allora $w = 0{,}6180\ldots$

Dal punto di vista operativo, valendosi della sezione aurea, si procede anzitutto alla divisione della circonferenza in dieci parti uguali e si costruisce il decagono inscritto (lati azzurri in Fig. 1). Poi, congiungendo in modo alternato i vertici del decagono si ottiene il pentagono (lati verdi in Fig. 1). I segmenti tratteggiati rappresentano il raggio r del cerchio circoscritto e il lato d del decagono misura $d = w\, r$: è quindi sezione aurea di esso.

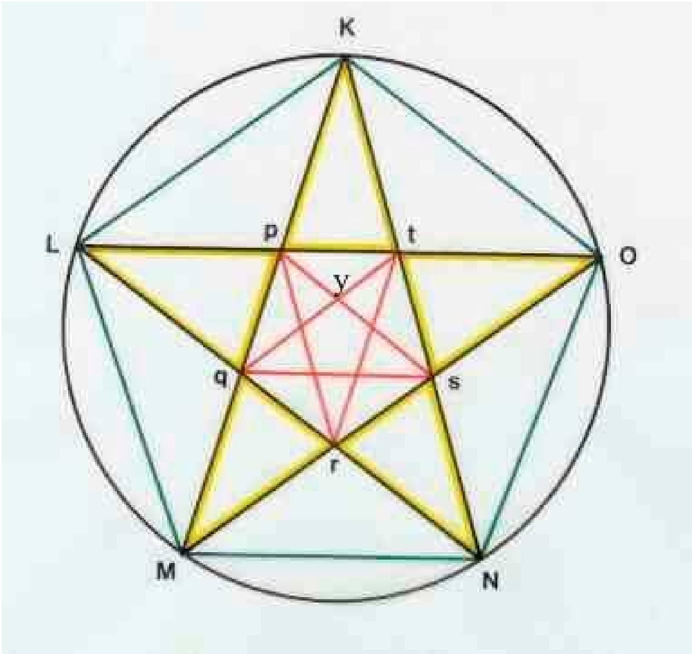


Facendo di nuovo centro col compasso nell'origine O si può tracciare una seconda circonferenza il cui raggio è sezione aurea del primo e si disegna un nuovo pentagono (lati neri) la cui utilità diverrà evidente nel paragrafo successivo.
In questa immagine, per motivi di semplicità, del decalfa inscritto nella circonferenza, figura che assomiglia vagamente ad una ruota dentata, vengono mostrati solo quattro lati consecutivi (in rosso).
In relazione al decagono, si osserva un'analogia con i primi quattro numeri della tetraktys pitagorica: in quel caso abbiamo 1 (il punto), 2 (la linea), 3 (il triangolo) e 4 (il tetraedro); la loro somma riempie ed esaurisce compiutamente lo spazio tridimensionale. Orbene, chiamata c la decima parte di una circonferenza C, si dimostra che l'arco c, sommato al suo doppio, più il suo triplo, più il suo quadruplo riproduce l'intera circonferenza [2]. In formule:

$$\mathbf{1\,\mathit{c} + 2\,\mathit{c} + 3\,\mathit{c} + 4\,\mathit{c} = (1 + 2 + 3 + 4)\ c = \mathit{C}}$$

Oltre alla costruzione del pentagono regolare secondo Pitagora ne esistono altre alternative come, per esempio, quella proposte da Euclide, da Tolomeo o, in tempi più recenti, quella suggerita da Carlyle.

Facendo riferimento alla Fig. 2 sottostante, Pitagora dimostrò che i segmenti $KL=LM=MN=NO=OK$, ossia i lati del pentagono, sono tutti sezione aurea del diametro della circonferenza.



Ora, se invece di unire il punto *K* con i successivi *L, M*, ecc. si unisce *K* con il terzo punto della suddivisione (*M*), poi con il quinto (*O*) e così via, si ottiene un pentagramma regolare (in giallo) inscritto nella circonferenza e nel pentagono.

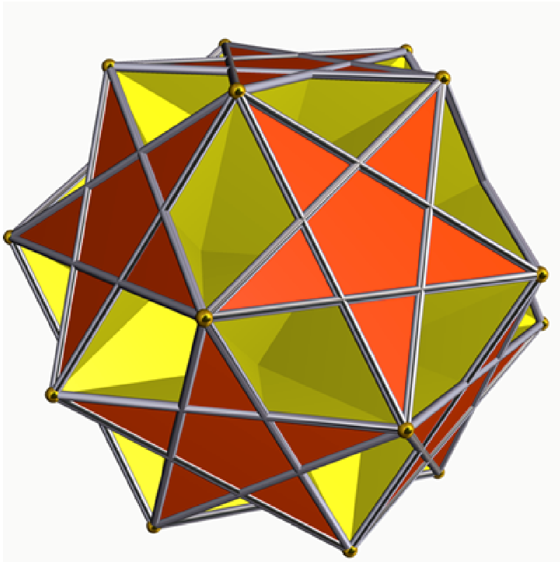
Proseguendo, è facile dimostrare che i triangoli *KMN, LNO, MOK, NKL* e *OLM* sono tutti isosceli e che i lati del pentagono sono in proporzione aurea coi lati *KM*, *NL*, ecc. del pentalfa. Dato che i due lati uguali di questi triangoli sono in rapporto aureo con il terzo lato (che coincide con il lato del pentagono) vengono anche chiamati triangoli aurei; sinteticamente: $MN = w\ KM = w\ KN$.
Trattasi di triangoli particolarmente significativi, avendo un angolo al vertice di 36° e due angoli alla base di 72°. In genere i numeri triangolari sono diversi di numeri quadrati, ma 36 è il primo numero lineare ad essere contemporaneamente triangolare e quadrato; inoltre 36 rappresenta il valore della cosiddetta tetraktys di Plutarco composta dai primi quattro numeri dispari e dai primi quattro numeri pari della decade, vale a dire:

$$(1 + 2) + (3 + 4) + (5 + 6) + (7 + 8) = 36$$

Si può inoltre verificare che il lato *KM* del pentagramma è diviso in due punti *p* e *q*, tali che i segmenti $Kq = Mp$ sono sezione aurea del lato stesso. Ciò vale, ovviamente, per tutti i cinque lati del pentagramma.
Ci sono, inoltre, sei triangoli isosceli (*LpM*, *NtO,* ecc.), le cui basi sono sezione aurea dei lati maggiori. Anche le cinque “punte” della stella sono tutte congruenti e *Kp* è sezione aurea di *Mp*.

Ancora più interessante è constatare che i lati del pentagramma, quando si intersecano, delimitano un secondo pentagono regolare i cui vertici (*p, q, r, s, t*) sono anche i vertici di un secondo pentalfa rovesciato (in rosso nella figura). I lati del pentagono minore rovesciato sono, a loro volta, sezione aurea dei lati del pentagono più grande (in verde) e lati della stella minore (in rosso) sono sezione aurea della stella più grande (in giallo). Il pentagramma più piccolo determina, a sua volta, un terzo pentagono (al centro della stella in rosso) contenente, sua volta, una terza stella (non rappresentata nella figura), la quale contiene un pentagono, e così via all’infinito.

Secondo Reghini, "*I motivi per cui il pentagramma venne scelto dagli adepti del sodalizio pitagorico non erano esclusivamente di natura geometrica. D'altra parte, le proprietà del pentalfa erano così numerose, semplice e belle che l'ammirazione suscitata tra i pitagorici giustificò la sua scelta come simbolo della Scuola Italica e segno di riconoscimento tra i membri dell'Ordine*." [2]
Durante tutto il secolo scorso il pentalfa è stato riprodotto innumerevoli volte, specialmente in ambito commerciale. Fortunatamente esistono ancora ammiratori delle proprietà geometriche di questa figura come, per esempio, il matematico americano Magnus J. Wenninger, specialista nello studio e realizzazione di nuovi poliedri complessi molti dei quali incorporano il pentalfa. L'immagine che segue mostra uno dei suoi solidi, non convesso e non uniforme:



In sintesi, il Pentalfa, espressione geometrica del numero cinque, può essere costruito a partire dalla sezione aurea solo con l'aiuto solo della squadra e del compasso. Nella sua versione grafica, il pentagramma simboleggia anche l'unione del principio maschile con il principio femminile in una singola entità. È quindi l'immagine dell'androgino.

Terminiamo il paragrafo citando due teoremi enunciati da Arturo Reghini nel suo libro "*Per la Restituzione della Geometria Pitagorica*" [2], pubblicato nel 1931, che gli fruttò il riconoscimento dall'Accademia dei Lincei e dall'Accademia d'Italia. Per semplicità si omettono le relative dimostrazioni:

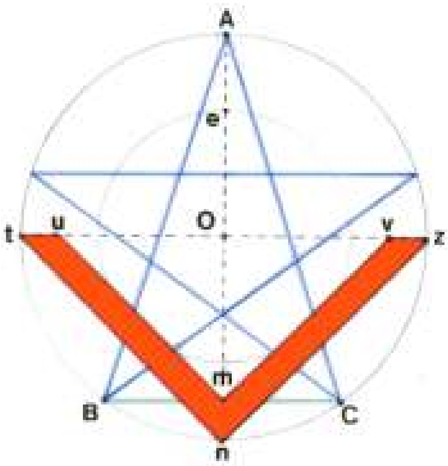
Teorema: *La somma dei quadrati costruiti sopra il lato del decagono regolare, del pentagono regolare, del pentalfa e decalfa inscritti in una circonferenza è uguale a otto volte il quadrato costruito sul raggio*.

Teorema: *La somma dei cinque angoli del pentalfa è uguale a due retti*.

Simboli nascosti

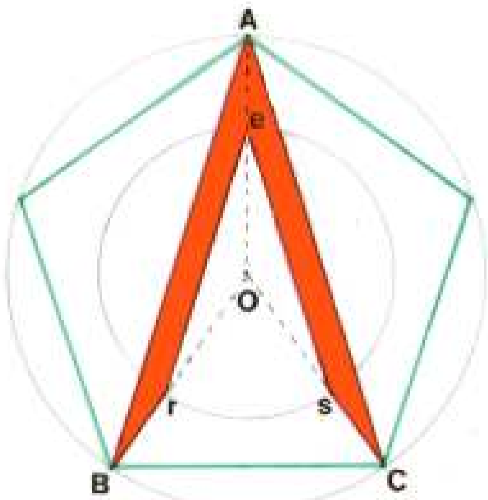
Un attento esame del pentagono e del pentalfa, disegnati all'interno della loro circonferenza circoscritta, rivela come in queste figure si celino i simboli degli strumenti che sono stati utilizzati per la loro costruzione.
Dopo aver disegnato due circonferenze in proporzione aurea, come in Fig. 1, si dividono entrambe in quattro parti uguali tracciando due diametri perpendicolari *An* e *tz*. Poi, si congiunge il punto *n*

prima col punto *t* e poi col punto *z* ottenendo, in tal modo, i due cateti del triangolo rettangolo *tnz*. Individuato il punto di mezzo *m* del segmento *BC* (lato del pentagono), si tracciano le parallele a *tn* e a *nz* sino ad intercettare il diametro in orizzontale nei punti denominati *u* e *v*. Infine si collegano tra loro i punti *t* con *u* e *v* con *z*. La figura così ottenuta (in rosso) è uno squadro.



È evidente che, procedendo in questo modo, date due circonferenze concentriche di raggio qualsiasi si ottiene sempre uno squadro ma, nella fattispecie, lo squadro gode di proprietà affatto particolari. Si può verificare che i segmenti *mn, tu* e *vz* sono identici e che il segmento *nt* passa per uno dei vertici del decalfa (punto *x* di Fig. 1); il segmento *nz* passa per il vertice speculare a *x.* Inoltre i segmenti *mu* ed *mv* tagliano la circonferenza più interna di raggio *Oe* in due punti (per chiarezza non mostrati in figura) che, insieme al punto *m* costituiscono i vertici di un triangolo equilatero la cui altezza è sezione aurea del segmento *Ae*, a sua volta porzione aurea di *Oe* che è sezione aurea di tutto il raggio *AO* (dettagli a pag. 205 di [2]).

Si torna ora alle due circonferenze originarie e si costruisce il pentagono inscritto, dopodiché si inizia la costruzione del pentalfa congiungendo il vertice *A* con i punti *B* e *C*: basta disegnare solo la parte iniziale del pentagramma, cioè i due lati uguali del triangolo aureo *BAC*. Senza neppure dover costruire per intero il secondo pentagono interno al primo, si tracciano dal punto *e* le parallele ai lati *AB* e *AC* sino ad intercettare la seconda circonferenza nei punti *r* ed *s*. Infine, si uniscono *r* con *B* ed *s* con *C* formando i due segmenti *rB* ed *sC*.



Quello che si ottiene è l'immagine di un compasso stilizzato con apertura 36° e caratterizzato dalle proprietà seguenti:

a) Il lato interno del "compasso" è parte aurea del lato esterno: *er* = *es* = *w AB* = *w AC*
b) Le due "punte" del compasso sono proporzione aurea del raggio *r*, ossia: *rB* = *sC* = *r*(1-*w*). Inoltre, il segmento *rs* è parte aurea del segmento *BC*.
c) Gli angoli acuti *ABr* = *ACs* misurano 18°. 18 = F(5,3) = P(7,3) vale a dire il terzo numero piramidale a base pentagonale, ma è anche il terzo ettagonale, fatto questo che mette in relazione le punte del compasso con Minerva (rappresentata dal numero sette), dea della sapienza, dell'architettura, dell'ingegneria, della matematica e della geometria.
d) Il "compasso", sovrapposto allo squadro, lo interseca con angoli di 63° e 117°. Ora, 63=3 x 21 che si può scrivere come 63 = P(3,2) P(3,6), vale a dire il prodotto del secondo per il sesto numero triangolare; il 21 corrisponde anche al terzo ottagonale P(8,3). Quanto al 117, è il nono pentagonale, ovvero 117 = P(5,9), una bella relazione tra il pentagono, generatore del pentalfa, ed il numero perfetto 9.

Le proprietà in c) e in d) evidenziano l'importanza dei numeri 3, 5, 7, 8 e 9.

Nel cuore del pentalfa

Abbiamo visto come, in Fig. 2, al centro del pentalfa si genera un nuovo pentagono rovesciato contenente, a sua volta, un pentalfa in proporzione aurea, il quale genera un successivo pentagono e così via. Dato che in geometria non esistono limiti alle dimensioni delle figure, possiamo immaginare di generare una successione di infinite coppie pentagono-pentalfa di dimensioni sempre minori arrivando, dopo un numero infinito di passaggi, ad occupare tutta la superficie del pentalfa. È tuttavia evidente che, così facendo, restano fuori sia le "punte" della stella, ossia tutti i triangoli aurei, così come i triangoli isosceli compresi tra i lati esterni del pentalfa ed i lati interni del pentagono, vale a dire i triangoli congruenti *KpL*, *KtO*, ecc. e quelli simili che si formano allorché si costruiscono nuovi pentagrammi all'interno dei pentagoni progressivamente minori. Vediamo ora come risolvere questo problema.

Prima di procedere oltre è però opportuno introdurre il concetto di trasformazioni affini nel piano. Una trasformazione affine è un'applicazione *T* che fa corrispondere al punto *P* di coordinate *x*, y, il punto *P'* di coordinate *X*, *Y* secondo la formula:

$$\begin{cases} \mathrm{X} = ax + by + e \\ \mathrm{Y} = cx + dy + f \end{cases}$$

ove i coefficienti *a, b, c, d, e, f* sono numeri reali tali che *ad* - *bc* ≠ 0. In modo più sintetico si può usare la notazione matriciale, ovvero:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$

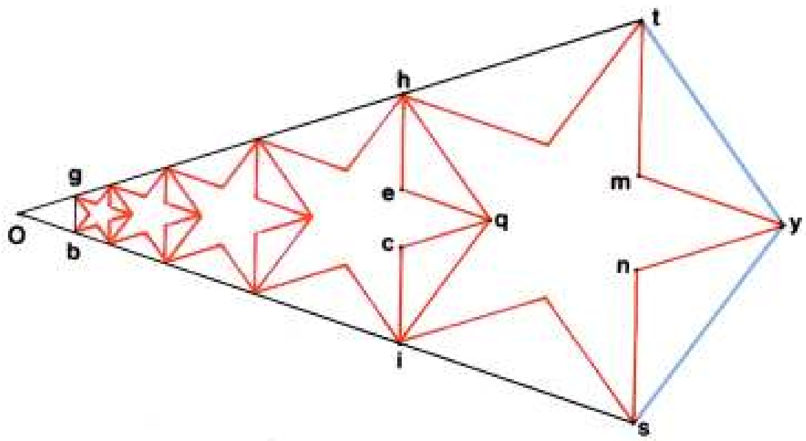
con la restrizione che:

$$Det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \neq 0$$

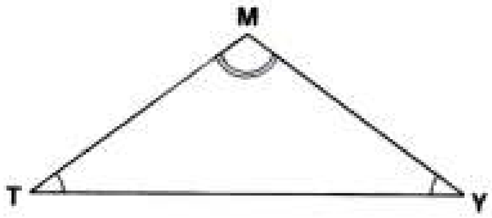
In geometria si definisce omotetia una particolare trasformazione geometrica del piano o dello spazio che dilata o contrae gli oggetti, mantenendo invariati gli angoli, ossia la forma. È un tipo particolare di trasformazione affine tale che, considerato un punto O nel piano ed un numero reale k non nullo, la trasformazione T che ad ogni punto A del piano fa corrispondere il punto A', allineato con O ed A e tale che sia: $OA' = k\ OA$ è detta omotetia di centro O e rapporto k. Se $k>0$ l'omotetia si dice diretta e l'oggetto si "ingrandisce"; se $k<0$ l'omotetia è detta inversa e l'oggetto si "riduce". In generale, data un certa figura geometrica di area S, l'immagine corrispondente avrà un'area $\boldsymbol{S'=k^2 S}$
Nel caso in cui il centro di omotetia O corrisponda con l'origine degli assi l'equazione matriciale dell'omotetia si riduce a:

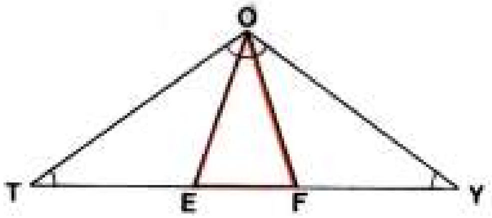
$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Prendiamo ora in esame il primo dei cinque quadrilateri (*Kpyt*) che occupano lo spazio restante del pentalfa dopo che si è tolto il pentagono centrale. Chiamano O il centro di omotetia di una nuova figura (*O,t,y,s*) schematizzata qui sotto

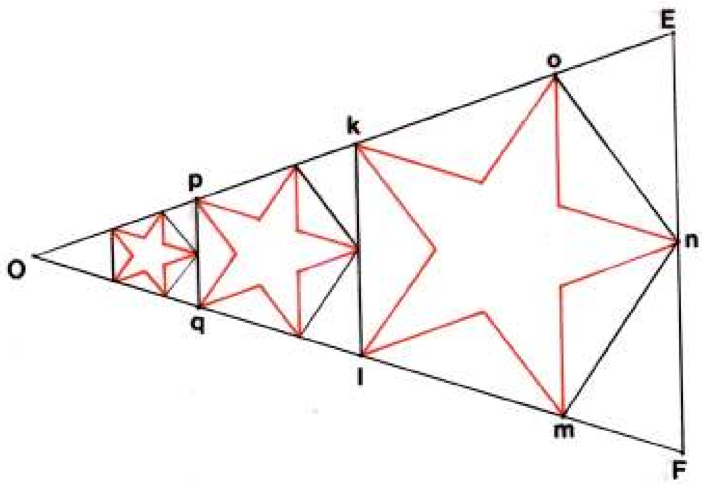


e, partendo dal vertice opposto ad *O,* suddividiamo lo spazio in una serie di pentagoni-pentalfa tali che le misure del successivo risultino in proporzione aurea rispetto a quello che lo precede. Ovviamente si tratta di un'omotetia inversa per la quale $k = w$ (w=0,618). Non è difficile immaginare che, in questo modo, avremo un numero infinito di pentalfa sempre minori mano a mano che ci si avvicina al centro di omotetia *O*. Lo stesso ragionamento vale non solo per gli altri quattro quadrilateri di Fig. 2, ma vale per qualsiasi pentalfa generato dalla ripartizione dello spazio euclideo.
Osserviamo che "avanzano" unicamente triangoli isosceli simili (*tmy, yns, heq, icq*, ecc), mentre il triangolo aureo *bOg* si restringe progressivamente e tende a zero nella misura in cui il processo di divisione omotetica progredisce all'infinito.
Ciascuno dei triangoli menzionati, vedi sotto, ha un angolo al vertice (*M*) di 108° e due angoli alla base (*T* e *Y*) di 36°, esattamente come il frontone di un tempio greco. Dividendo in tre parti uguali l'angolo al vertice, si ottiene un triangolo aureo (evidenziato in rosso) più altri due triangoli isosceli simili a quello di partenza, i quali, a loro volta, possono essere suddivisi in tre triangoli in un processo virtualmente illimitato.

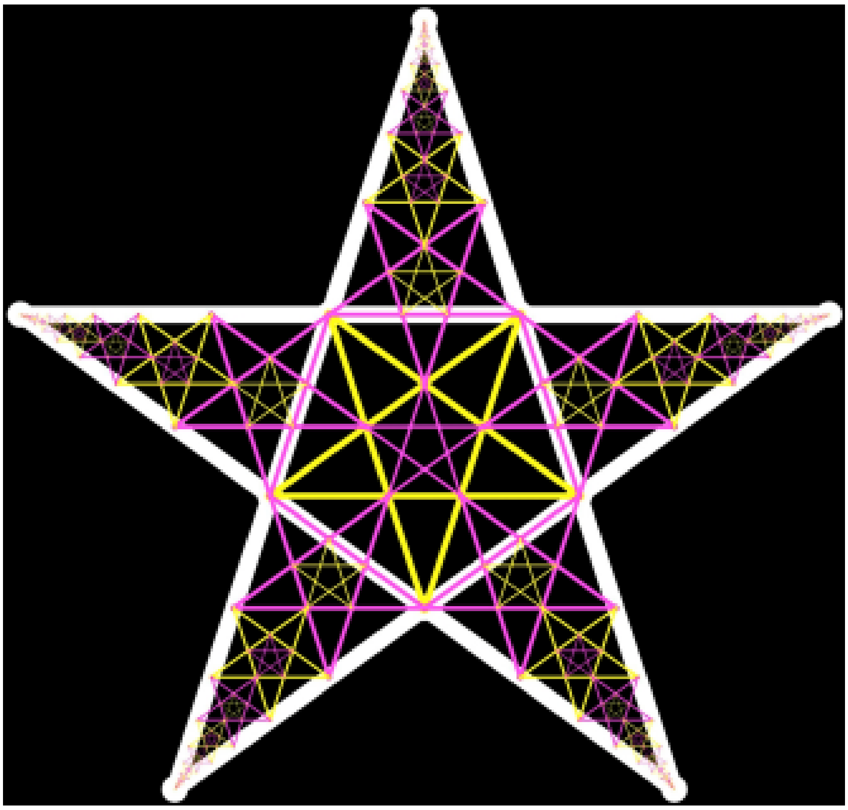




Agendo in questa maniera appare un triangolo isoscele (*EOF*) che, a sua volta, deve essere riempito omoteticamente con pentagoni-pentalfa. Dato che la figura di partenza non è più un quadrilatero, ma un triangolo, si può procedere come mostrato nella figura seguente:



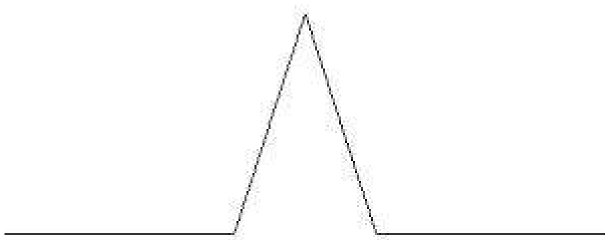
Considerato *O* come centro di omotetia, si divide il triangolo *FOE* in due parti tali che il segmento *Fl* = *Ol*, quindi all'interno del trapezio *Eflk* si costruisce il pentagono *konml* con il relativo pentalfa. Siamo ancora in presenza di un'omotetia inversa con *k* = 0,5; essa genera segmenti di lunghezza frazionaria (1/2, 1/4, 1/8, ecc.) costituenti una serie geometrica assolutamente convergente la cui somma, come facilmente intuibile, è uno. Allo stesso modo si procede coi triangoli aurei *Eon*, *Fmn* e successivi; quanto ai triangoli isosceli con base *ko, kl, lm, mn, no* e simili, si è visto in precedenza come si deve operare.
Il risultato di quanto sinora esposto è che, alla fine, tutta la superficie del pentalfa tende ad essere totalmente ricoperta da altri pentalfa in un modo simile a quello mostrato nella figura successiva:



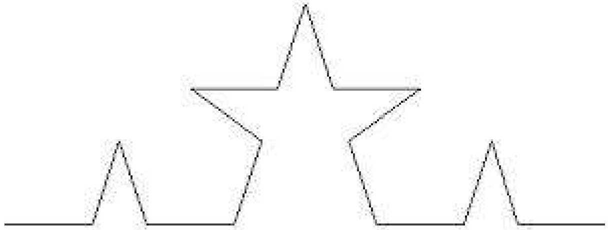
In effetti, questa ripartizione è ancora ad uno stadio molto iniziale, dato che il numero di pentalfa che si vengono a formare è ovviamente infinito. Qui si è solo voluto dare un'idea del procedimento e mostrare come, intuitivamente, ci si trovi di fronte ad un'immagine frattale nel senso che, a qualsiasi ingrandimento si esamini il pentalfa, esso risulta formato da altri pentalfa e da triangoli il cui angolo al vertice è 108°. Si passa quindi da una figura geometrica di area finita ad infinite figure di area infinitesima; naturalmente è anche possibile percorrere il cammino in senso inverso.

Il pentalfa frattale

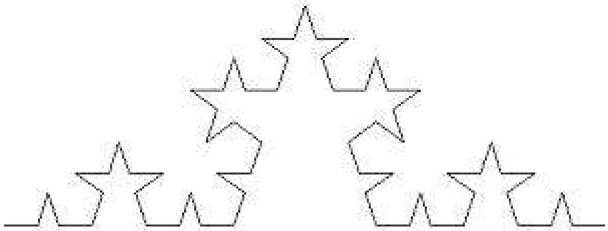
Sfruttando opportuni artifici è possibile costruire un pentalfa rigorosamente frattale in un senso più rigoroso di quello testé presentato. Per raggiungere tale scopo bisogna avvalersi di un particolare frattale chiamato merletto aureo.
Si comincia tracciando una linea spezzata iniziale costituita da quattro segmenti uguali in modo tale che due di essi formino i lati maggiori di un triangolo isoscele aureo:



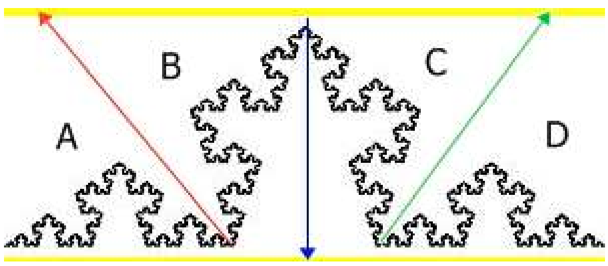
Si ripete poi lo stesso procedimento per ciascuno dei quattro segmenti



e così via ripetendo sempre la stessa operazione; ogni passaggio si chiama iterazione



fino ad arrivare al cosiddetto merletto aureo



Mentre una qualunque linea euclidea, essendo un oggetto monodimensionale, non occupa spazio, il merletto aureo, anche quando delimita un'area finita, occupa spazio e la sua lunghezza *Pn* tende ad infinito nella misura in cui il numero di iterazioni *n* tende ad infinito:

$$\lim_{n\to\infty}(Pn) = \infty$$

In generale, un oggetto è autosimile quando può essere diviso in *N* parti simili alla figura intera; in tal caso la sua dimensione frattale risulta essere:

$$D = \frac{log(N)}{log(\frac{1}{K})}$$

La dimensione frattale è una quantità statistica che dà un'indicazione di quanto completo appare un frattale per riempire il piano [3] ed è un numero reale maggiore di uno (che rappresenta l'unidimensionalità) e minore di due, che caratterizza la completa bidimensionalità di un oggetto.

Nel caso del merletto aureo si vede dalla figura che esso risulta composto dalla ripetizione di 4 parti identiche (A, B, C e D) e che il fattore di omotetia è $K = w^2$. Pertanto la sua dimensione frattale è la seguente:

$$D = \frac{log(4)}{log(\frac{1}{w})^2} = 1,440$$

D è un numero irrazionale ma, con un impercettibile arrotondamento (<0,03%) lo possiamo esprimere come il rapporto tra **36** e **25**, che sono due numeri quadrati, rispettivamente P(4,6) e P(4,4); 36, però, è anche l'ottavo numero triangolare: P(3,8). Questo è un risultato estremamente interessante in quanto mette in relazione la sezione aurea con tre numeri poligonali: due quadrati ed un triangolare. Ricordiamo che 36° è l'angolo al vertice del triangolo aureo e che 2 x 36° = 72° è l'ampiezza degli angoli alla base di tale triangolo; 36 = 6 x 6, ove 6 è il numero consacrato a Venere, dea della bellezza, e la bellezza del pentalfa è fuori discussione: una bellezza elevata al quadrato!
Dal concetto di dimensione frattale riappare nuovamente il numero 5, la cui radice quadrata è indispensabile per la costruzione del pentalfa, infatti:

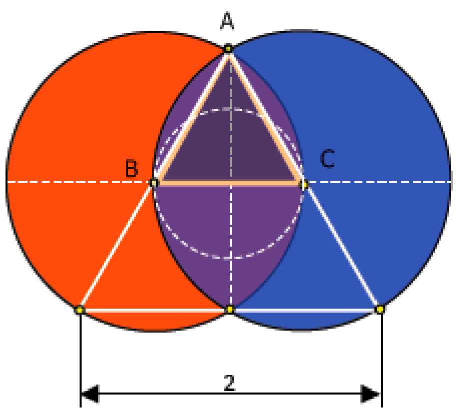
$$\sqrt{5} = \sqrt{\sqrt{25}}$$

Anche il numero 36 contiene un ulteriore e profondo significato esoterico, infatti:

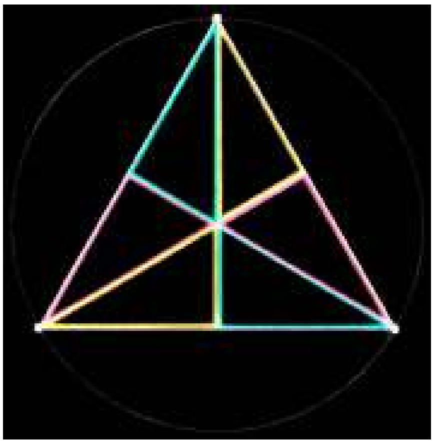
$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{\sqrt{36}}$$

È noto che nella filosofia pitagorico-platonica, la Monade, il principio ingenerato che racchiude il Tutto, può essere rappresentata da un cerchio di raggio uno il quale, scindendosi parzialmente, genera la Diade, ossia due cerchi di raggio unitario distanziati di una unità in modo tale che possano interagire tra loro. L'intersezione dei due campi genera il Demiurgo, la cosiddetta *Vesica Piscis* ; genera, inoltre, la prima figura geometrica, cioè un triangolo equilatero (*ABC* inscritto nella Vescica), che corrisponde al primo dei numeri dispari: il tre. Applicando il Teorema di Pitagora si verifica che l'altezza del triangolo vale

$$\sqrt{3}$$

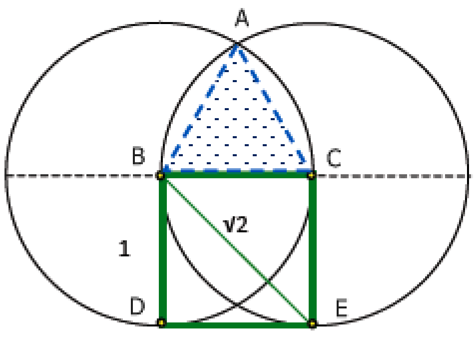


Platone afferma che, quando l'altezza di un triangolo rettangolo ha il valore summenzionato, ci si trova di fronte al "Triangolo più bello". Inoltre, Platone non costruisce il triangolo equilatero nel modo più diretto come somma di due triangoli rettangoli, ma ripete tre volte il procedimento ottenendo così un triangolo dotato di proprietà particolari che verranno illustrate in altra sede.

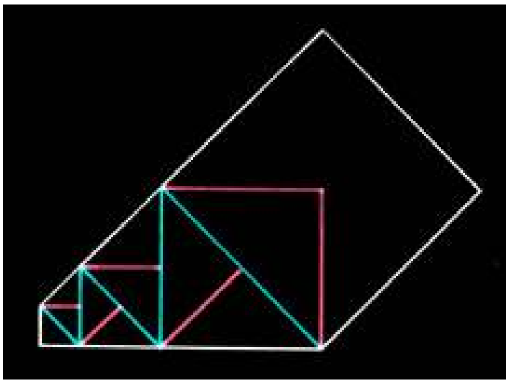


Tornando alla *Vesica Piscis* e prendendo come riferimento la base *BC* del triangolo equilatero, si tracciano due segmenti paralleli e verticali da *B* e *C* sino ad intercettare le circonferenze unitarie nei punti *D* ed *E* che vengono poi congiunti tra loro. Nasce così il quadrato, seconda figura geometrica, legata alla formazione del mondo materiale. La sua diagonale è

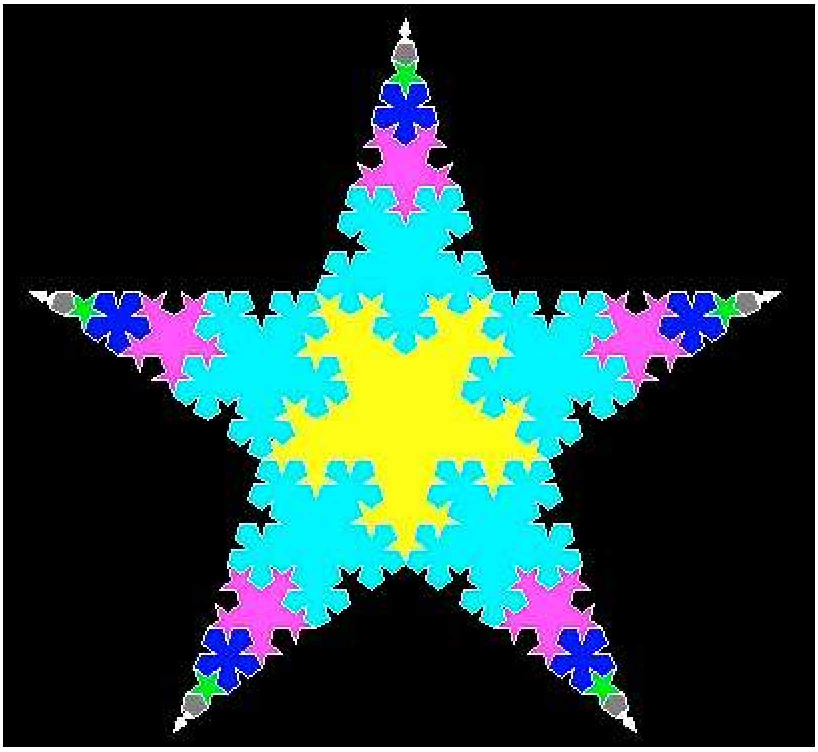
$$\sqrt{2}$$



Mentre il tre, risultando dalla somma della Monade con la Diade, simboleggia l'epifania della Divinità, il quattro, ultimo numero della Tetraktys pitagorica, è all'origine di tutte le cose nel mondo materiale. Effettivamente, nella filosofia pitagorico-platonica le diagonali dei poligoni sono strumenti di generazione, in particolare quella del quadrato, la quale serve da lato per un nuovo quadrato di area doppia rispetto al primo in un processo che può ripetersi infinite volte.



Chiusa la digressione filosofica, si procede costruendo il merletto frattale (ma con le “punte” rivolte verso l’interno della figura) sui lati del pentalfa, generando in tal modo il pentalfa frattale rappresentato nell’immagine sottostante



In definitiva, partendo da un concetto moderno quale la dimensione frattale del pentalfa, è stato messo in luce, mediante l’utilizzo dei numeri figurati, un legame profondo tra il pentalfa stesso ed i numeri fondamentali legati dalla concezione metafisica della Divinità e dell’origine dell’Universo secondo il pensiero di Pitagora e Platone.

Conclusioni

In Massoneria il pentalfa, meglio conosciuto col nome di *Stella Fiammeggiante*, è frequentemente rappresentato con una lettera G inscritta nel suo interno. A questa lettera sono stati attribuiti significati diversi: Geometria, Gnosi, Gravità, Generazione, Genio (Creatore), ecc.

Tutti mi erano sembrati appropriati e pertinenti.
Tutti tranne uno: Gravità.
È vero che la forza di gravità è fondamentale per l'esistenza dell'Universo stesso, ma lo sono anche la forza elettromagnetica o la forza nucleare forte. Insomma, tirare in ballo la forza di gravità mi era apparso, francamente, se non una forzatura vera e propria, perlomeno un pretesto per attribuire ad un simbolo che rappresenta l'uomo, anche un legame obliquo con la forza che mantiene il nostro pianeta in orbita attorno al Sole.
Eppure, riflettendo sulle realtà esposte in questo lavoro, sono giunto alla conclusione che il vocabolo "Gravità" è realmente intrinseco alla *Stella Fiammeggiante* e la caratterizza pienamente.

Si è visto come, in un viaggio immaginario al centro del pentalfa, quanto più ci si inoltra al suo interno, tanto più esso rivela i suoi sorprendenti segreti facendoci intuire l'esistenza di una trama sostanzialmente infinita.
Ci sono infiniti pentalfa dentro al pentalfa e ciascuno di essi ne contiene, a sua volta, un numero infinito.
Quindi infinite volte infinito.
Ma anche provando a percorrere un cammino alternativo, come lo studio del pentalfa quale oggetto della matematica più moderna, la sua dimensione frattale, opportunamente interpretata con l'ausilio dei numeri pitagorici, ci riconduce alle origini del mondo dei numeri e, di conseguenza, al pentalfa stesso.
In definitiva, il pentalfa si comporta come una specie di buco nero matematico.
Nel senso che, a causa della sua immane forza di Gravità metafisica ed estetica, non permette che ci si allontani da esso, sia che lo si analizzi con gli strumenti della geometria classica noti nell'Antica Grecia, sia che si ricorra a strumenti sviluppati dalla Scienza negli ultimi decenni.
Qualunque strada si percorra, lo spazio-tempo mentale si incurva e viene risucchiato nel pentalfa: il pensiero resta confinato dall'orizzonte degli eventi di questa considerevole figura geometrica e tuttavia, come scriveva Giacomo Leopardi,

"…Così tra questa
immensità s'annega il pensier mio:
e il naufragar m'è dolce in questo mare."

Bibliografia

[1] M. A. Levi. "*Il mondo antico e la Grecia Arcaica*", UTET, Torino (1969).

[2] A. Reghini. *"La tradizione Pitagorica Massonica"*, Fratelli Melita Editori, Genova (1988).

[3] J. Gleick. *"Caos"* – RCS Libri S.p.A., Milano (1997)

Alberto Malanca